# Die Kristallstruktur von Na<sub>5</sub>P<sub>3</sub>O<sub>8</sub>.14H<sub>2</sub>O, Pentanatrium-triphosphat(IV,III,IV)–14-Wasser

VON DIETRICH MOOTZ UND HORST ALTENBURG

Institut für Anorganische Chemie, Technische Universität Braunschweig, 33 Braunschweig, Deutschland

(Eingegangen am 5. Juni 1968)

Na<sub>5</sub>P<sub>3</sub>O<sub>8</sub>.14H<sub>2</sub>O, a triphosphate with three directly linked phosphorus atoms in a chain, crystallizes in space group PI with two formula units per cell and lattice dimensions a=12.422, b=16.530, c=7.073 Å, and  $\alpha=89.96$ ,  $\beta=108.76$ ,  $\gamma=123.97^{\circ}$ . The crystal structure has been determined by use of three-dimensional data eye-estimated on precession photographs. The average P–P bond length in the anion is 2.237 Å, distinctly larger than the corresponding distance of 2.170 Å in diammonium dihydrogen hypophosphate. The angle P–P–P is 109.9°. The sodium ions form NaO<sub>6</sub> octahedra, which partly share vertices, edges, and in one case a face, and form corrugated sheets. All protons participate in hydrogen bonds.

#### Einleitung

Salze von Oxisäuren des Phosphors mit Phosphor-Phosphorbindungen sind bisher nur in zwei Fällen Gegenstand von Atomlagenbestimmungen gewesen. Eine genaue Strukturanalyse des Diammoniumdihydrogenhypophosphats (Wilson & McGeachin, 1964)(I) erbrachte gestaffelte Konformation der P-P-Bindung und einen P-P-Abstand von  $2,170 \pm 0.003$  Å. Nach einer unvollständigen Strukturanalyse (Weiss, 1960) des neutralen Cäsiumsalzes der  $(-\frac{3}{2}-)_6$ -Ringsäure (II) mit nicht genau definierter Hydratationszahl besitzt der Ring aus sechs Phosphoratomen eine Sesselform mit Mittelwerten für die P-P-Bindungsabstände und P-P-P-Bindungswinkel von  $2,20 \pm 0.05$  Å und  $102,7 \pm 1,8^{\circ}$ . Als lohnendes Objekt für eine weitere Untersuchung in dieser Reihe bot sich das erstmals von Blaser & Worms (1959) dargestellte gut kristallisierende Pentanatrium-triphosphat(IV, III, IV)-14-Wasser (III) an, da hier neben der Struktur des Anions auch die strukturchemishe Rolle der vielen unabhängigen Wassermoleküle interessierte. Die Strukturanalyse von III und ihre Ergebnisse werden im folgenden beschrieben.



Die für III benutzte Nomenklatur gibt die Oxydationszahlen der Phosphoratome an und geht auf einen Vorschlag von Falius (1963) zurück. Hiernach ist I als Diammoniumdihydrogen-diphosphat(IV) und II als Hexacäsium-cyclo-hexaphosphat(III) zu bezeichnen.

#### Experimentelles und kristallographische Daten

 $Na_5P_3O_8.14H_2O$  kristallisiert beim Abkühlen einer heiss gesättigten wässrigen Lösung. Die Kristalle sind farblos und nadel- bis blättchenförmig. Sie gehören dem triklinen System an. Die Gitterkonstanten wurden aus mit Steinsalzpulverlinien geeichten Weissenbergäquatoren um [100], [101] und [001] durch Vermessung von *ca*. 150 Reflexen und Anwendung einer Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ermittelt (Programm *PARAM* im System X-ray-63; Stewart & High, 1965):

a = 12,422(3) Å	$\alpha = 89,96(3)^{\circ}$
<i>b</i> = 16,530(5)	$\beta = 108,76(3)$
c = 7.073(2)	v = 123.97(2)

Die Zahlen in Klammern sind die geschätzten Standardabweichungen und beziehen sich hier wie bei anderen Angaben in dieser Arbeit auf den letzten angegebenen Stellenwert. Das Volumen der Elementarzelle beträgt V=1110,5 Å<sup>3</sup>, das Formelgewicht 588,10. Die Dichte wurde mit der Schwebemethode zu  $d_m=$  $1,77g.c m^{-3}$  bestimmt. Mit zwei Formeleinheiten Na<sub>3</sub>P<sub>3</sub>O<sub>8</sub>. 14H<sub>2</sub>O in der Zelle ist die röntgenographische Dichte  $d_x = 1,76$  g.cm<sup>-3</sup> und F(000) = 608. Es wurde die Raumgruppe PI angenommen, was zu einer erfolgreichen Interpretation der Pattersonfunktion und Verfeinerung der Struktur führte.

Der lineare Absorptionskoeffizient beträgt  $43,4 \text{ cm}^{-1}$ für Kupfer- und  $4,74 \text{ cm}^{-1}$  für Molybdänstrahlung. Mit letzterer wurden die Daten auf einer Präzessionskamera gesammelt. Die nullte bis vierte Schicht senkrecht zur *a*-Achse, die nullte bis dritte Schicht senkrecht zur Richtung [101] und die nullte bis dritte Schicht senkrecht zur *c*-Achse wurden jeweils mehrfach mit abgestuften Belichtungszeiten aufgenommen. Die Reflexintensitäten wurden mit Hilfe einer Vergleichsskala visuell geschätzt und auf einer Electrologica X1 in der üblichen Weise der Filmskalierung, der Lorentz-Polarizationskorrektur und der Schichtebenenskalierung unterworfen. Eine Absorptionskorrektur erschien nicht notwendig und wurde nicht durchgeführt. Die Anzahl der beobachteten unabhängigen Reflexe betrug 3399. Diesen standen ungefähr ebensoviele Reflexe mit nicht messbarer Intensität gegenüber, die aus Gründen der rechentechnischen Wirtschaftlichkeit nicht in den Datensatz aufgenommen wurden.

# Strukturbestimmung und Verfeinerung

Alle Berechnungen zur Bestimmung und Verfeinerung der Struktur und zur molekularen Geometrie geschahen auf einer IBM 7094 mit dem Programmsystem X-ray-63 von Stewart & High (1965). In der dreidimensionalen Pattersonfunktion konnten sämtliche zu erwartenden Vektoren zwischen Phosphoratomen als den sechs schwersten Atomen in der zentrosymmetrischen Elementarzelle (neun symmetrieunabhängige Vektoren ungleich null, davon sechs mit doppeltem Gewicht) eindeutig identifiziert werden. Die damit lokalisierten Phosphoratome lieferten einen ersten R-Faktor von 0,51 und die Vorzeichen für eine erste Fouriersynthese der Elektronendichte. In dieser wurden auch die 16 nächsthöchsten Maxima als Atome interpretiert, nämlich als die acht Sauerstoffatome des Anions und als acht weitere Atome, die zunächst ebenfalls als Sauerstoffatome angesetzt wurden. Der R-Faktor mit diesen 19 Atomen, von denen eins im nächsten Schritt nicht bestätigt werden konnte, betrug 0,41. Die zweite Fouriersynthese erlaubte dann

Labelle 1	1. Atomkoordinaten	mit	Stand	arda	bweic	chungen
in Klammern						

	x	У	Z
<b>P(1)</b>	0,4182 (2)	0,1249 (1)	0,1589 (2)
P(2)	0,4588 (2)	0,2741 (1)	0,1567 (2)
2(3)	0,2758 (2)	0,2581 (1)	-0.0894(2)
Na(1)	0,6368 (3)	0,4951 (2)	0,5029 (4)
Na(2)	0,5242 (4)	0,3143 (2)	0,7134 (4)
Na(3)	0,7254 (4)	0,2057 (2)	0,8177 (5)
Na(4)	0,9682 (3)	0,2248 (2)	1,2401 (4)
Na(5)	0,8929 (3)	-0,0044(2)	1,2710 (4)
D(11)	0,5647 (5)	0,1508 (4)	0,2690 (7)
D(12)	0,3468 (5)	0,0679 (3)	-0,0644 (6)
D(13)	0,3242 (5)	0,0720 (3)	0,2812 (7)
D(21)	0,5793 (5)	0,3353 (3)	0,0822 (7)
D(22)	0,4842 (6)	0,3202 (3)	0,3675 (7)
D(31)	0,2677 (6)	0,3407 (3)	-0,0073 (7)
D(32)	0,3155 (5)	0,2788 (3)	-0,2767 (7)
D(33)	0,1412 (5)	0,1530 (3)	-0,1313 (7)
<b>)(</b> w1)	0,7815 (6)	0,6728 (4)	0,6344 (8)
D(w2)	0,7513 (6)	0,5343 (4)	0,2676 (8)
D(w3)	0,7946 (8)	0,4719 (5)	0,7810 (11)
D(w4)	0,5262 (6)	0,4780 (4)	0,7373 (7)
D(w5)	0,4947 (6)	0,1609 (4)	0,6952 (7)
D(w6)	0,7994 (7)	0,3523 (4)	1,0477 (9)
D(w7)	0,7828 (7)	0,3108 (4)	0,5700 (9)
D(w8)	0,7158 (6)	0,1255 (4)	1,0894 (8)
O(w9)	0,7007 (6)	0,0925 (4)	0,5763 (8)
O(w10)	1,0111 (7)	0,3162 (5)	0,9492 (10)
O(w11)	0,9868 (7)	0,3613 (5)	1,4137 (10)
O(w12)	0,9392 (6)	0,1348 (4)	1,5014 (8)
O(w13)	0,9374 (6)	0,0955 (4)	1,0215 (7)
O(w14)	0,8514 (6)	-0,0855 (4)	1,5561 (8)

# Tabelle 2. Thermische Parameter nach Umrechnung von $\beta_{ij}$ in $B_{ij}$ (Å<sup>2</sup>)

Der Ausdruck für den Temperaturfaktor  $f_T$  mit den  $B_{ij}$ -Grössen lautet:

$f_T = \exp$	$\left[-\frac{1}{4}(B_{11}h^2a^{*2}+$	$\cdots + B_{12}2hka^*b$	*+)]
--------------	---------------------------------------	--------------------------	------

	B <sub>11</sub>	B <sub>22</sub>	B <sub>33</sub>	B <sub>12</sub>	B <sub>13</sub>	B <sub>23</sub>
P(1)	0.77 (5)	0.91 (4)	0.57 (4)	0.62 (4)	0.22(4)	0.25(3)
P(2)	0.81 (5)	0.77 (4)	0.81 (4)	0.47 (4)	0.17 (5)	0.16(3)
P(3)	0,90 (5)	0,94 (4)	0,79 (4)	0.63 (4)	0.27 (5)	0.26 (3)
Na(1)	2,26 (12)	1,55 (9)	1,91 (10)	1,10 (9)	0.87 (10)	0.59 (7)
Na(2)	2,71 (14)	2,49 (10)	1,81 (10)	1,75 (11)	1,16 (10)	0.92 (8)
Na(3)	3,11 (16)	2,98 (13)	2,21 (12)	2,14 (12)	0,75 (12)	0,64 (9)
Na(4)	1,95 (13)	2,08 (11)	2,23 (11)	1,12 (10)	0,85 (10)	0,55 (8)
Na(5)	1,63 (11)	1,54 (9)	1,49 (9)	0,82 (9)	0,42 (9)	0,33 (7)
O(11)	1,62 (20)	2,05 (17)	1,64 (16)	1,31 (16)	0,31 (16)	0.28 (13)
O(12)	1,43 (18)	1,38 (14)	0,87 (13)	0,82 (14)	0,15 (14)	0,16 (10)
O(13)	1,64 (19)	1,38 (15)	1,38 (15)	0,76 (14)	0,76 (15)	0.53 (11)
O(21)	1,24 (18)	1,47 (15)	1,59 (16)	0,68 (16)	0,52 (15)	0.57(12)
O(22)	2,50 (22)	1,73 (16)	1,24 (15)	1,05 (16)	0,86 (16)	0,16 (12)
O(31)	2,07 (21)	1,33 (15)	2,13 (18)	1,10 (16)	0,59 (18)	0,06 (13)
O(32)	2,08 (21)	1,95 (16)	1,40 (15)	1,26 (16)	1,04 (16)	0,75 (12)
O(33)	1,43 (19)	1,35 (15)	1,73 (16)	0,65 (14)	0,50 (16)	0,35 (12)
O(w1)	2,09 (22)	2,05 (18)	2,01 (18)	1,12 (17)	0,94 (18)	0,44 (14)
O(w2)	2,88 (25)	1,74 (18)	2,04 (19)	1,01 (18)	0,94 (19)	0,19 (14)
O(w3)	3,60 (32)	3,50 (27)	3,94 (30)	2,28 (26)	1,01 (28)	1,18 (23)
O(w4)	2,13 (21)	1,78 (17)	1,82 (17)	1,56 (16)	0,78 (17)	0,61 (13)
O(w5)	2,10 (22)	2,30 (19)	1,36 (16)	1,17 (17)	0,58 (17)	0,38 (13)
O(w6)	3,14 (28)	3,29 (24)	2,56 (22)	2,20 (22)	1,09 (22)	1,07 (18)
O(w7)	2,69 (26)	2,84 (22)	2,47 (21)	1,69 (20)	1,03 (20)	0,40 (16)
O(w8)	1,88 (21)	2,06 (18)	2,20 (19)	1,26 (17)	0,82 (18)	0,77 (14)
O(w9)	2,58 (24)	2,16 (19)	2,25 (19)	1,16 (18)	1,00 (19)	0,87 (15)
O(w10)	3,47 (31)	4,08 (29)	3,23 (26)	2,38 (25)	1,72 (25)	1,39 (21)
O(w11)	3,51 (31)	3,76 (28)	3,01 (25)	2,30 (25)	0,99 (25)	0,50 (21)
O(w12)	2,65 (26)	2,99 (22)	2,15 (20)	1,90 (21)	0,89 (20)	0,85 (16)
O(w13)	2,04 (22)	2,45 (19)	1,64 (17)	1,20 (18)	0,72 (17)	0,44 (14)
O(w14)	1.96 (22)	1.99 (18)	2.22 (18)	1.13 (17)	0.91 (18)	0.28 (14)

die eindeutige Vervollständigung der Struktur sowie die Unterscheidung zwischen Natrium- und Sauerstoffatomen. Der erste *R*-Faktor mit allen 30 Atomen und einem allgemeinen isotropen Temperaturfaktor B =0,56 Å<sup>2</sup>) betrug 0,24.

Die Struktur wurde nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in der Blockdiagonalnäherung verfeinert. Variiert wurden alle Ortskoordinaten und thermischen Parameter und ein Skalierungsfaktor. Die Bewichtung der Beobachtungen erfolgte nach dem Vorschlag von Hughes (1941) mit  $4|F_{min}| = 20$ . Als Atomformfaktoren dienten die von Hanson, Herman, Lea & Skillman (1964) für die neutralen Atome angegebenen Werte. Nach sechs Zyklen mit isotropen Temperaturfaktoren betrug der R-Faktor 0,113.

Eine detaillierte Kontrolle der Daten in diesem Stadium führte zum Ausschluss von 67 unsicheren Beobachtungen, die meistens am Rande der Filme bzw. im Halbschatten des Primärstrahlfängers lagen. Der *R*-Faktor verringerte sich durch diesen Eingriff auf 0,094. Die verbleibenden 3332 Daten gliedern sich in 2428 Einfachbeobachtungen und 904 Mehrfachbeobachtungen. Die ersteren stammen jeweils nur von einer Schicht (jedoch meistens von mehreren Filmen), die letzteren dagegen von zwei und drei verschiedenen Schichten.

Die Verfeinerung wurde mit anisotropen Temperaturfaktoren fortgesetzt. Nach vier Zyklen war Konvergenz und ein unbewichteter *R*-Faktor von 0,084 erreicht. Zur Auffindung der Wasserstofflagen wurden alle Reflexe mit sin  $\theta/\lambda \le 0,45$  Å<sup>-1</sup> in eine Differenz-Fouriersynthese eingesetzt. Das Ergebnis war nicht eindeutig und konnte nur vorschlagsweise und nur bei gleichzeitiger Berücksichtigung stereochemischer Modellvorstellungen interpretiert werden. Die Hereinnahme der Wasserstoffatome in eine abschliessende Strukturfaktorberechnung reduzierte den *R*-Faktor auf 0,082 (0,090 für die Einfachbeobachtungen und 0,067 für die Mehrfachbeobachtungen). Tabelle 1 enthält die Ortskoordinaten und Tabelle 2 die thermischen Parameter der schweren Atome. In Tabelle 3 sind die Ortskoordinaten der Wasserstoffatome und deren thermische Parameter aufgeführt, welche letzteren von den zugehörigen Sauerstoffatomen aus der isotropen Verfeinerung übernommen wurden. Die beobachteten und berechneten Strukturfaktoren stehen in Tabelle 4. Fig. 1 zeigt die Elektronendichteverteilung nach Abschluss der Verfeinerung, Fig. 2 eine dazu komplementäre Darstellung der Struktur.

## Tabelle 3. Atomkoordinaten der Wasserstoffe

Die bei der letzten isotropen Verfeinerung für die Sauerstoffe erhaltenen *B*-Werte wurden für die zugehörigen Wasserstoffe übernommen.

	x	У	Z	В
H(11)	0,751	0,677	0,739	2.067
H(12)	0,742	0,697	0,505	2.067
H(21)	0,745	0,582	0,168	2,400
H(22)	0,675	0,461	0,177	2,400
H(31)	0,825	0,440	0,895	3.728
H(32)	0,874	0,559	0.831	3,728
H(41)	0,607	0,542	0.795	2.033
H(42)	0,476	0,435	0.818	2.033
H(51)	0,442	0,159	0.552	2,146
H(52)	0,445	0,154	0,778	2,146
H(61)	0,722	0,325	1,080	2,901
H(62)	0,858	0,354	1,188	2.901
H(71)	0,694	0,263	0.428	2,792
H(72)	0,788	0,364	0.664	2,792
H(81)	0,677	0,140	1,156	2.015
H(82)	0,681	0,055	1,112	2.015
H(91)	0,683	0,027	0.610	2,258
H(92)	0,593	0,071	0,450	2,258
H(101)	1,086	0,321	0,880	3,396
H(102)	1,066	0,300	1,088	3,396
H(111)	1,097	0,399	1,541	3,400
H(112)	0,926	0,366	1,477	3,400
H(121)	0,997	0,147	1,660	2,628
H(122)	0,873	0,134	1,572	2,628
H(131)	0,838	0,041	0,898	2,183
H(132)	1,013	0,105	0,950	2,183
H(141)	0,763	-0,082	1,560	2,144
H(142)	0.773	-0.160	1.478	2 144



Fig. 1. Elektronendichtefunktion bei Blickrichtung parallel c\*. Gezeigt sind zwei asymmetrische Einheiten auf beiden Seiten des Symmetriezentrums in  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  in der Mitte der Figur. Alle Konturen beginnen bei 2 e.Å<sup>-3</sup>. Das Inkrement beträgt 6 e.Å<sup>-3</sup> bei den Phosphoratomen, 4 e.Å<sup>-3</sup> bei den Natriumatomen und 3 e.Å<sup>-3</sup> bei den Sauerstoffatomen.

# Tabelle 4. Beobachtete und berechnete Strukturfaktoren

Die Spalten bedeuten jeweils k,  $10|F_o|$  und  $10F_c$ . Die Tabelle beginnt mit den Mehrfachbeobachtungen, nach dem Trennstrich schliessen sich diesen die Einfachbeobachtungen an.

$\begin{array}{c} -6, K, 5\\ -11 & [192 & -223] & -1\\ -13 & [192 & -223] & -1\\ -3 & [193 & -223] & -1\\ -3 & [193 & -223] & -1\\ -3 & [293 & -233] & -1\\ -3 & [293 & -233] & -1\\ -3 & [293 & -233] & -1\\ -14 & [213 & -256] & -2\\ -3 & [213 & -1] & [213 & -233] & -1\\ -3 & [213 & -233] & -$	15         111         -116         20         166         -122           16         109         112         21         105         -23           14         120         120         -15         133         -165           14         127         -23         -16         135         -127           14         127         -23         -16         135         -127           15         137         -10         135         135         -127           15         147         -13         135         135         -127           16         137         -237         -16         135         135           17         -243         -31         140         -105         -105           18         102         144         5         513         -533           19         132         144         6         422         490           11         121         103         103         131         131           12         232         -237         -237         -237         -237           13         101         103         103         103         103	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	7       410       -465       -4         9       434       451       -3         0       207       -164       -3         0       207       -164       -3         0       207       -164       -3         0       207       -164       -3         0       207       -164       -35         112       123       -247       -1         123       -247       -1       -172       12         121       -111       6       -114       -111       6         5       124       -102       11       -111       6         5       123       -112       120       -117       121         121       -102       157       -172       113       -172       113         5       126       -650       -651       -172       117       -170       -170         6       6436       -620       -177       113       -170       -100       -170       -170         7       6446       -177       103       -170       -100       -170       -100       -170       -170       -170       -170 <td< th=""><th>A69         465         2           363         353         3           341         -351         3           285         276         5           363         552         16           363         553         3           364         -551         11           468         469         14           471         -464         112           468         469         14           471         -523         -163           2157         -213         -133           2157         -213         -133           2157         -213         -145           2157         -216         6           618         62         -7           319         -137         4         6           2107         -216         -11           1168         -107         11           401         -408         8           401         -408         8           401         -130         -11           111         -111         11         11           401         -408         80           2111</th><th>359         -372         -14         320           440         471         -12         327           734         -776         -12         137           734         -776         -776         -776           734         -776         -776         -776           734         -78         -776         -776           734         -78         -786         -776           734         -78         -786         -776           731         -73         5157         -           1,K,3         -7         2,35         -7         647           733         -160         4,193         -7         7           733         -160         4,193         -7         7           740         -446         18         17         -7           720         -210         197         -21         207           721         -220         -16         444         -13           720         242         -16         444         -13           721         -220         -16         444         -13           722         -240         197         -240</th><th>17         241         279           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           10         147         144           10         147         144           10         120         -202           140         21         -202           140         21         -202           140         21         -202           140         10         359         -337           161         16         359         -337           161         163         16         359           162         172         174         -34           172         17         144         -144           172         17         144         -1142           180         -112         120         120           180         -112         120         120           180         -112         122         127           180         -123         111         120           172</th></td<> <th><math display="block">\begin{array}{c} -12.8 k.3 \\ 4 &amp; 1241 &amp; 252 \\ 5 &amp; 1244 &amp; -207 \\ 14 &amp; 124 &amp; 135 \\ -2 &amp; 1244 &amp; -207 \\ 15 &amp; 168 &amp; 287 \\ -1 &amp; 124 &amp; -107 \\ 14 &amp; 124 &amp; 153 \\ -2 &amp; 127 &amp; -117 \\ 15 &amp; 127 &amp; -117 \\ 16 &amp; 127 &amp; -114 \\ 12 &amp; 212 &amp; -114 \\ 13 &amp; 212 &amp; -114 \\ 13 &amp; 212 &amp; -124 \\ 14 &amp; 125 &amp; -127 \\ 14 &amp; 126 &amp; -143 \\ 12 &amp; 2243 &amp; -144 \\ 13 &amp; 125 &amp; -137 \\ 14 &amp; 126 &amp; -136 \\ 13 &amp; 126 &amp; -127 \\ 11 &amp; 125 &amp; -273 \\ 11 &amp; 225 &amp; -733 \\ 11 &amp; 225 &amp; -733 \\ 12 &amp; 226 &amp; -2324 \\ -114 &amp; -135 &amp; -146 \\ 13 &amp; -146 &amp; -127 \\ 12 &amp; 133 &amp; -156 \\ 13 &amp; -146 &amp; -137 \\ 12 &amp; 133 &amp; -176 \\ 13 &amp; -136 &amp; -137 \\ 13 &amp; -136 &amp; -137 \\ 14 &amp; 135 &amp; -146 \\ 11 &amp; 2150 &amp; -242 \\ 11 &amp; -147 \\ 12 &amp; 1356 &amp; -147 \\ 13 &amp; -146 &amp; -147 \\ 14 &amp; 135 &amp; -146 \\ 15 &amp; 227 &amp; -232 \\ 11 &amp; -147 &amp; -176 \\ 15 &amp; 236 &amp; -127 \\ 17 &amp; 176 &amp; -136 \\ 17 &amp; 177 &amp; -136 \\ 11 &amp; 1269 &amp; -222 \\ 11 &amp; -147 &amp; -137 \\ 17 &amp; 176 &amp; -136 \\ 11 &amp; -156 &amp; -137 \\ 17 &amp; 176 &amp; -136 \\ 11 &amp; 1269 &amp; -222 \\ 11 &amp; -147 &amp; -147 \\ 17 &amp; 176 &amp; -136 \\ 11 &amp; 1269 &amp; -222 \\ 11 &amp; -147 &amp; -147 \\ 17 &amp; 176 &amp; -146 \\ 12 &amp; -147 &amp; -147 \\ 17 &amp; 176 &amp; -146 \\ 12 &amp; -147 &amp; -147 \\ 17 &amp; 176 &amp; -146 \\ 12 &amp; -147 &amp; -147 \\ 17 &amp; 176 &amp; -147 \\ 17</math></th>	A69         465         2           363         353         3           341         -351         3           285         276         5           363         552         16           363         553         3           364         -551         11           468         469         14           471         -464         112           468         469         14           471         -523         -163           2157         -213         -133           2157         -213         -133           2157         -213         -145           2157         -216         6           618         62         -7           319         -137         4         6           2107         -216         -11           1168         -107         11           401         -408         8           401         -408         8           401         -130         -11           111         -111         11         11           401         -408         80           2111	359         -372         -14         320           440         471         -12         327           734         -776         -12         137           734         -776         -776         -776           734         -776         -776         -776           734         -78         -776         -776           734         -78         -786         -776           734         -78         -786         -776           731         -73         5157         -           1,K,3         -7         2,35         -7         647           733         -160         4,193         -7         7           733         -160         4,193         -7         7           740         -446         18         17         -7           720         -210         197         -21         207           721         -220         -16         444         -13           720         242         -16         444         -13           721         -220         -16         444         -13           722         -240         197         -240	17         241         279           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           19         144         -172           10         147         144           10         147         144           10         120         -202           140         21         -202           140         21         -202           140         21         -202           140         10         359         -337           161         16         359         -337           161         163         16         359           162         172         174         -34           172         17         144         -144           172         17         144         -1142           180         -112         120         120           180         -112         120         120           180         -112         122         127           180         -123         111         120           172	$\begin{array}{c} -12.8 k.3 \\ 4 & 1241 & 252 \\ 5 & 1244 & -207 \\ 14 & 124 & 135 \\ -2 & 1244 & -207 \\ 15 & 168 & 287 \\ -1 & 124 & -107 \\ 14 & 124 & 153 \\ -2 & 127 & -117 \\ 15 & 127 & -117 \\ 16 & 127 & -114 \\ 12 & 212 & -114 \\ 13 & 212 & -114 \\ 13 & 212 & -124 \\ 14 & 125 & -127 \\ 14 & 126 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -143 \\ 12 & 2243 & -144 \\ 13 & 125 & -137 \\ 14 & 126 & -136 \\ 13 & 126 & -127 \\ 11 & 125 & -273 \\ 11 & 225 & -733 \\ 11 & 225 & -733 \\ 12 & 226 & -2324 \\ -114 & -135 & -146 \\ 13 & -146 & -127 \\ 12 & 133 & -156 \\ 13 & -146 & -137 \\ 12 & 133 & -176 \\ 13 & -136 & -137 \\ 13 & -136 & -137 \\ 14 & 135 & -146 \\ 11 & 2150 & -242 \\ 11 & -147 \\ 12 & 1356 & -147 \\ 13 & -146 & -147 \\ 14 & 135 & -146 \\ 15 & 227 & -232 \\ 11 & -147 & -176 \\ 15 & 236 & -127 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 176 & -136 \\ 17 & 177 & -136 \\ 11 & 1269 & -222 \\ 11 & -147 & -137 \\ 17 & 176 & -136 \\ 11 & -156 & -137 \\ 17 & 176 & -136 \\ 11 & 1269 & -222 \\ 11 & -147 & -147 \\ 17 & 176 & -136 \\ 11 & 1269 & -222 \\ 11 & -147 & -147 \\ 17 & 176 & -146 \\ 12 & -147 & -147 \\ 17 & 176 & -146 \\ 12 & -147 & -147 \\ 17 & 176 & -146 \\ 12 & -147 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17 & 176 & -147 \\ 17$
--	---	--	--	--	--	--	--

Tabelle 4 (Fort.)

-13, K,1 6 13,2 -1.7 8 382 3.4 17 13 346 -3.4 18 382 3.4 19 132 -1.7 11 22 -1.1 13 346 -3.4 15 144 158 16 226 -7.4 15 144 158 16 226 -7.4 1 20 -7.2 2 120 -7.2 2 120 -7.2 2 120 -7.2 2 120 -7.2 2 120 -7.2 2 120 -7.2 3 120 -7.2 5 11 -1.2 5 110 -7.2 5 251 -7.2 5 110 -7.2 5 251 -7.2 5 110 -7.2 5 251 -7.2 5 110 -7.2 5 7.2 5 7.2	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	2 353 182 3 111 -96 5 188 218 6 269 -279 7 531 208 10 192 -176 11 192 -176 12 199 -176 13 169 -176 14 192 -178 12 207 17 169 -177 16 201 278 22 174 188 22 174 188 24 174 187 25 159 -176 25 159 -176 25 159 -287 -3 181 187 -1 561 -273 -3 181 -187 -1 561 -147 -3 194 -111 5 354 3900 -4 254 -273 -3 181 -187 -1 561 -147 -3 194 -111 5 354 3900 10 183 194 -1 356 -285 7 547 -572 8 352 -287 10 183 194 -13 567 -572 8 352 -287 -1 110 -190 -3 219 249 1 6 -205 -14 156 -147 -5 141 -154 1 07 -1 107 -119 -3 219 249 1 168 -107 14 156 -205 -11 110 -130 2 82 -73 0 163 -147 -5 123 -102 8 326 -350 0 163 -147 -5 123 -102 8 326 -350 0 163 -171 1 155 -205 -2 445 21 106 147 -1 39 18 -00 -1 391 -22 1 244 521 1 24 221 -2 322 211 -2 322 211 -2 323 -102 8 326 -350 0 163 -171 1 155 -205 -2 12 -125 -0 18 -00 -1 391 -22 -2 302 -131 1 106 147 -1 391 -22 -2 302 -111 1 2 -12 -2 32 -2 32 -2 32 -2 105 -2 12 -12 -2 12 -12	$\begin{array}{c} -6 & 130 & -95 \\ -5 & 179 & -173 \\ -4 & 176 & -142 \\ -2 & 119 & -112 \\ 0 & 75 & 83 \\ 1 & 161 & 146 \\ 0 & 105 & -102 \\ 7 & 105 & 185 \\ 10 & -272 & -284 \\ 1 & 238 & -220 \\ 1 & 238 & -220 \\ 1 & 238 & -220 \\ 1 & 238 & -220 \\ 10 & 552 & -606 \\ 13 & 434 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 434 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 434 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ 13 & 634 & -449 \\ 15 & 361 & -336 \\ -7 & 768 & -120 \\ -7 & 768 & -210 \\ $	$ \begin{array}{c} 5 & 142 & 125 \\ 6 & 96 & 110 \\ 7 & 407 & -430 \\ 8 & 173 & 185 \\ 9 & 272 & 287 \\ 10 & 292 & 287 \\ 115 & 146 \\ 116 & 117 & 161 \\ 120 & 91 & -101 \\ 20 & 91 & -101 \\ 20 & 125 & -211 \\ 11 & 117 & 102 \\ 21 & 125 & -212 \\ \hline & -7, K, 6 \\ -12 & 215 & -211 \\ 11 & -116 & -101 \\ 22 & 125 & -122 \\ \hline & -7, K, 6 \\ -12 & 215 & -211 \\ 11 & -10 \\ -1 & 117 & -102 \\ -3 & 91 & 95 \\ -12 & 215 & -111 \\ -10 & 113 \\ -2 & 110 & -136 \\ 2 & 125 & -121 \\ \hline & -7, K, 6 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 117 & 126 \\ -10 & 123 & -2281 \\ 126 & -161 \\ -7, K, 6 \\ -10 & 123 & -128 \\ -7, K, 6 \\ -10 & 128 & -138 \\ -7, K, 6 \\ -10 & 128 & -138 \\ -7, K, 6 \\ -10 & 128 & -138 \\ -7, K, 6 \\ -10 & 128 & -138 \\ -6, K40 \\ -528 & -267 \\ -10 & 113 & -126 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 128 & -267 \\ -10 & 218 & -$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-10 78 38 -8 123 -112 -0 207 294 -5 221 215 0 249 -222 0 249 -222 0 249 -222 1 215 152 0 249 -222 1 215 153 0 149 -154 8 76 82 10 1117 -105 11 117 -107 -6 $x,y$ -14 104 96 -13 120 -173 -14 104 96 -13 122 -167 -6 $x,y$ -14 104 96 -13 126 94 -13 126 94 -14 104 96 -13 126 -162 -14 104 96 -13 126 -162 -14 104 96 -13 126 -162 -14 104 96 -14 104 96 -15 127 -167 -6 223 205 -16 104 96 -17 227 -167 -7 226 -536 -5 x,0 -7 453 -455 -6 308 340 9 507 562 -2 366 -314 11 374 -346 -5 x,1 -7 106 -162 27 326 -2314 11 374 -346 -5 x,1 -7 106 -166 2 153 -126 -7 36 -7 37 -7 106 -7 166 -7 166 -	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} -8, \kappa, 9\\ 1, 292, -259\\ 3, 192, 150\\ 4, 338, 290\\ 5, 110, 95\\ 7, 148, -121\\ 9, 7, 148, -121\\ 19, 7, 149\\ 12, 177, 129\\ 11, 16, -94\\ 12, 177, 129\\ 11, 16, -94\\ 12, 177, 129\\ 13, 438, 451\\ 14, 157, -146\\ 15, 360, -366\\ 17, 263, 292\\ 202, -222\\ -8, \kappa, 1\\ -5, 327, 321\\ -3, 133, -120\\ 0, 431, -617\\ 1, 737, 730\\ \end{array}$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c} -6_{5} \kappa_{5} 7 \\ -12 & 110 & 108 \\ -10 & 102 & -102 \\ -9 & 138 & -139 \\ -2 & 92 & -72 \\ -1 & 157 & -156 \\ 0 & 239 & -226 \\ 0 & 239 & -226 \\ 0 & 239 & -226 \\ 0 & 239 & -225 \\ 0 & 139 & -215 \\ 0 & 119 & -87 \\ 7 & 195 & -214 \\ 8 & 213 & -215 \\ 9 & 103 & 72 \\ 13 & 102 & -176 \\ 16 & 127 & -108 \\ -6_{5} \kappa_{5} 8 \\ -12 & 73 & -64 \\ -12 & 73 & -64 \\ -11 & 106 & -134 \\ \end{array}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} 6 & 207 & -181 \\ 21 & 121 & 96 \\ -4, K, 2 \\ -6 & 71 & 60 \\ 0 & 516 & -506 \\ 1 & 616 & -577 \\ 5 & 412 & 430 \\ -4, K, 3 \\ 0 & 364 & -354 \\ 3 & 308 & -358 \\ 4 & 107 & 89 \\ 13 & 77 & -83 \\ 17 & 96 & 95 \\ -4, K, 4 \\ -16 & 155 & -171 \\ -5 & 70 & 66 \\ 1 & 276 & 254 \\ 2 & 423 & -416 \\ \end{array} $	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Tabelle 4 (Fort.)

117 -112 119 -112 129 -120 125 -121 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -123 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 127 -121 128 -225 127 -221 124 -243 227 -221 124 -243 227 -224 127 -129 124 -243 227 -224 127 -129 124 -243 227 -224 127 -224 127 -129 124 -243 227 -224 127 -129 124 -243 227 -224 128 -100 128 -100 128 -100 128 -100 128 -276 73 -96 109 -119 22, 4, 4 101 -22, -264 73 -366 109 -119 24, 4 102 -276 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -376 103 -125 73 -246 74 -251 237 -226 73 -376 103 -125 247 -221 248 -221 247 -221 248 -22 140 261 175 252 138 264 151 230 121 -120 141 -120 148 140 145 -162 155 -162 155 -162 155 -162 155 -173 155 -173 155 -173 155 -175 155 -156 155 -157 156 -157 156 -15 5 6 8 11 143 117 150 128 137 152 156 138 141 -01-01-45-67 3457 80 --87-64 --3-2-1 0256789 235 -269 156 -174 520 5900 170 170 210 210 245 210 245 200 -174 170 200 245 171 -175 200 245 171 -175 200 -245 171 -176 176 -407 176 -417 176 -417 176 -417 176 -417 176 -417 176 -417 176 -417 177 -210 129 -215 129 -215 129 -215 120 -129 120 -129 120 -129 120 -129 120 -129 121 -114 150 -55 121 -114 150 -55 121 -114 150 -55 121 -114 150 -25 121 -114 150 -25 122 -127 122 -127 122 -127 122 -127 122 -127 123 -127 124 -144 150 -154 125 -247 127 -129 128 -240 129 -129 129 -129 120 -129 127 -125 -7 -4 -3 -2 -1 2 3 5 174 158 385 576 396 206 230 151 171 -132 -18 -5 -3 -13 4 5 149 225 177 226 160 256 267 202 147 173 -6 -3 -1 -1 4 5 7 8 13 363 -84 200 337 -382 248 303 249 -188 -84 158 -152 -248 -169 271 -186 269 -272 -232 140 202 -164 153 -185 -110 -113 161 -144 -94 139 -2-10 34 67 -6 -6 23 5 11 12 13 6.K.G 313 161 192 177 147 386 269 -154 158 153 -122 -343 134567 -12 -11 -10 -9 -8 -7 -5 -4 -3 -2 1 5 8, K, C 175 - 132 176 - 152 230 - 261 230 - 261 231 - 232 231 - 232 232 - 233 247 - 363 247 - 363 246 - 256 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 247 - 363 248 - 257 248 - 257 248 - 248 247 - 248 248 - 248 247 - 248 248 - 248 247 - 248 248 - 248 247 - 248 248 - 148 24  $\begin{array}{c} -18 \\ -17 \\ -14 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -13 \\ -21 \\ 13 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array}$ 12456 -2,K,9 89 152 115 74 85 119 157 125 116 95 101 118 261 204 204 245 135 -72 135 168 -73 -135 110 -78 -78 -71 -122 -288 150 203 -244 -121 10,K,2 137 441 233 199 298 235 238 208 244 264 10,K,3 171 148 134 131 245 155 185 -15 -1132-110 -11085432-102578 -294 346 279 -187 232 232 130 -110 -127 -228 -131 -167 -127 -128 -131 -167 -177 -167 -21 -16 -14 -12 -8 -7 -3 -1 2 6,K,1 170 -186 143 -121 142 -123 142 -123 142 -123 142 -133 143 -363 151 -130 214 -2002 151 -130 214 -2002 151 -130 214 -2002 151 -130 214 -2002 151 -2002 152 -156 152 -156 152 -156 152 -156 152 -156 152 -156 153 -200 154 -200 155 -200 155 -200 157 -200 152 -474 271 -210 -337 -219 276 -264 -255 -1439 - 65 - 4 - 3 0 1 2 5 6 7 9 12 - 1 - 7 5 4 - 1 2 4 5 7 22 120 9 - 4 4 3 5 7 -24 -25 -17 -16 -14 -12 -11 -9 -8 -7 -2 -10 1 4 6 7 -15 -14 -12 -10 -7 0 -2 3 6 -17-16-14-13-12-11-10-5-4-2-123441010,K -22 171 -18 148 -17 134 -16 131 -14 280 -10 155 -9 185 -9 185 11,Ke 3 194 11. 184 137 -121 -139 271 -135 -187 169 7-5531 0 18370 7-6710177 20988745101235 20985331987454921012567892225 -14-13-8-7-6-2125-10-8-6-5-4-3-101-1,K,0 483 227 95 108 230 518 196 --68 97 218 1 2 14 17 20 174 216 -22 -18 -15 -14 -12 -9 -7 -6 -5 -2 0 1 3 8 -22 -17 -15 -14 -8 -7 -3 12 -2 -1 12 23 45 13 247 11,  $k_{11}$ 149 -23 311 146 -21 142 161 -21 155 -77 -16 161 -38 -17 166 -144 -15 242 1 155 -161 -21 251 1 156 -12 241 1 16 -12 373 -4 16 -13 373 -4 16 -13 373 -4 17 -4 329 -3 7 -5 329 -3 7 -5 329 -3 7 -5 329 -3 1 146 13 3 167 16 11,  $k_{12}$ -21 314 -324 -20 135 -124 11,  $k_{13}$ -16 246 -169 -17 185 161 -12 279 -256 -4 390 -309 12,  $k_{13}$ -16 254 -264 -15 137 -125 12,  $k_{13}$ -17 244 -25 -215 12,  $k_{13}$ -18 254 -17 244 -25 -225 -16 254 258 -16 254 258 -16 254 258 -17 244 -15 137 -125 -13 319 12 277 -286 -7 221 247 -3 207 192 -2 14 193 -14 244 -15 137 -125 -14 254 -15 137 -125 -15 149 -17 244 -15 137 -125 -14 254 -15 137 -125 -14 254 -15 137 -125 -14 254 -15 137 -125 -14 254 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -15 14 -17 244 -21 319 -16 254 -16 254 -16 254 -16 254 -16 254 -17 244 -15 14 -16 14 -17 24 -16 14 -17 24 -1 -17-143-1-143-1-143-1- $\begin{array}{c} -1.K_{1} \\ 161 & -81 \\ 313 & -463 \\ 174 & -143 \\ 176 & -57 \\ 757 \\ -1.K_{5} \\ 236 & -197 \\ 759 & -542 \\ 76 & -582 \\ 79 & -542 \\ 79 & -54 \\ 85 & 82 \\ 2441 & 692 \\ 525 & -590 \\ -1.K_{5} \\ 473 & -82 \\ -1.K_{5} \\ 117 & 113 \\ 116 & -113 \\ 116 & -133 \\ 358 & -5268 \\ 96 & -666 \\ 80 \\ \end{array}$ -2 -1 0 1 13  $\begin{array}{c} -16 \\ -18 \\ 1 \\ -19 \\ -10 \\ 10 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ -16 \\ -14 \\ -13 \\ -9 \\ -8 \\ -7 \\ -5 \\ -5 \\ -9 \\ -5 \\ -12 \\ -10 \\ 12 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 7 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 12 \\ 13 \\ 13 \\ \end{array}$ -19 -15 -13 -11 -9 -8 -5 -1 0 1 2 3 -2 -1 6 10 14 2048 5432-1089116 98776432012 12218451431212198753-1-12488 -20 -15 -14 -13 -12 -5 -4 1 -16 -12 -2 -1 13  $\begin{array}{c} -18 \\ -17 \\ -17 \\ -18 \\ -112 \\ -110 \\ -9 \\ -8 \\ -4 \\ -3 \\ -0 \\ 23 \\ 45 \\ 68 \\ 10 \\ 012 \\ 467 \\ 9 \end{array}$ -13 -7 -2 -1 2 3 1 9 12 -20 -17 -4 -1 9 -15 -17 -12 -2 -1 0 12 15 -18 -17 -14 -12 -7 -6 -5 -1 2 3 -18320987652012345689011345 $\begin{array}{c} -111\\ -191\\ -191\\ 129\\ -267\\ -167\\ -252\\ -562\\ -716\\ -137\\ -187\\ -187\\ -187\\ -187\\ -181\\ -24\\ -89\\ 161\\ -163\\ \end{array}$  $1 \\ -142 \\ -162 \\ -247 \\ 3312 \\ 247 \\ 3312 \\ 247 \\ 3312 \\ 247 \\ -143 \\ -249 \\$ -17 -16 -15 -13 -12 -13 -12 -13 -2 -17 -16 -12 -11 -12 -11  $\begin{array}{c} -23 \\ -21 \\ -5 \\ -5 \\ -5 \\ 11 \\ -8 \\ -6 \\ 5 \\ 11 \\ -8 \\ -6 \\ -5 \\ -17 \\ -12 \\ -17 \\ -14 \\ -12 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \\ -3 \\ -2 \\ -2 \\ -3 \\ -2 \\ -10 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 11 \\ 13 \end{array}$  $\begin{array}{c} -16 \\ -14 \\ -13 \\ -12 \\ -11 \\ -19 \\ -9 \\ -7 \\ -6 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 9 \\ 11 \\ 12 \end{array}$  $\begin{array}{c} -75 \\ -44 \\ -32 \\ -10 \\ -220 \\ -19 \\ -148 \\ -121 \\ -121 \\ -18 \\ -7 \\ -98 \\ -7 \\ -5 \\ -43 \\ -11 \\ 0 \\ 1 \\ 13 \end{array}$ 12,K,3 257 141 158 247 305 3 -265 -106 145 216 -272 -21 -18 -13 -12 -11 -10 -9 -9 -4 -3 -2 0 2 3 6 11 1 186 194 194 194 203 203 -204 202 -204 -204 -151 10 -151 10 -154 --22 -21 -5 -5 -6 -18 -13 -5 -3 -18 -16 -11 -19-113-114-111-109-54-320126010-1, K, 6 81 1067 176 307 131 284 420 168 2307 1373 284 420 168 2307 130 1204 192 143 966 114 78-11542 -110976543202457890314 -209-11200-11200-1129,K,3 171 -173 143 118 144 162 140 -123 199 178 173 164 238 240 272 287 155 -138 16 1.48 153 131 10.K,6 177 -152 158 -157 158 -157 158 -157 158 -259 259 -280 259 -259 277 -5 -20 -18 -10 -5 -18 -15 -11 -10 -8 -20 -12 -11 -10 -12 -12 -12 -12 -19 -17 -15 -14 -13 -12 -11 -10 -9 -6 -4 -3 -2 -22 -20 -16 -14 -13 -12 -10 -9 -8 -6 -1 -17 -14 -13 -12 -10 -9 -8 -7 -6 -7 -5 -4 -3 -2 -19 -17 -15 -14 -12 -11 -10 -7 -5 -4 -21 -18 -16 -15 -14 -13 -12 -11 -10 -9 -8 -7 235 -1,K 94 178 186 136 160 140 139 162 86 167 164 109 -130 -124 123 147 -18 -17 -15 -13 -11 -10 -9 0,K,7 137 201 179 111 111 201 157 87 -13 -11 -9 -8 -18 -16 -15 -14 2.K.6 128 -132 - 18

#### Die Struktur des Anions und der Wassermoleküle

Die Bindungslängen und Bindungswinkel im Anion sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Die angegebenen Standardabweichungen resultieren aus denen der Atomlagen, wie sie aus der inversen Matrix der Blockdiagonalverfeinerung erhalten wurden, und dürften daher zu klein sein. Realistischere Werte sind vielleicht 0,005 Å für P-P und 0,010 Å für P-O, wobei die Unsicherheit der Bindungswinkel in entsprechender Weise vergrössert angesetzt werden muss. Fig. 3 zeigt das Anion mit Bindungslängen und atomaren thermischen Schwingungsellipsoiden.

Die Abweichung der beiden P-P-Bindungslängen 2,225 und 2,248 Å von ihrem Mittelwert 2,237 Å ist

wahrscheinlich nicht signifikant, wenngleich der festgestellte Unterschied sich mit der eher gestaffelten als ekliptischen Konformation der kürzeren und der eher ekliptischen als gestaffelten der längeren Bindung korrelieren liesse. Der deutlich kürzere P-P-Bindungsabstand von  $2,170 \pm 0,003$  Å im Diammoniumdihydrogen hypophosphat (Wilson & McGeachin, 1964) erklärt sich vielleicht zum Teil aus der geringeren elektrischen Ladung des Anions [HO<sub>3</sub>P-PO<sub>3</sub>H]<sup>2-</sup> von einem Elektron pro Phosphoratom gegenüber 5/3 im Anion  $[O_3P-P(O_2)-PO_3]^{5-}$ . Wenigstens sind auch die P-O-Abstände im Hypophosphat mit durchschnittlich 1,502 Å (P-OH dagegen 1,572 Å) kürzer als im Triphosphat (IV, III, IV), wo sie von 1,523 bis 1,550 Å streuen, aber wahrscheinlich nicht signifikant von ihrem Mittelwert

109,9 (2)

110,8 (3)

112,2 (4) 112,4 (3)

P(2) - P(3) - O(33)O(31)-P(3)-O(32)

O(31)-P(3)-O(33)

O(32) - P(3) - O(33)

Tabelle 5. Bindungslängen und Bindungswinkel des Triphosphatanions mit Standardabweichungen in Klammern

Abstä	inde	Winkel	
P(1) - P(2)	2.225 (3) Å	P(2) - P(1) - O(11)	103,3 (2)°
P(2) - P(3)	2,248 (3)	P(2) - P(1) - O(12)	107,3 (2)
- () - (-)		P(2) - P(1) - O(13)	107,8 (3)
P(1)-O(11)	1,523 (7)	O(11) - P(1) - O(12)	113,6 (4)
P(1) - O(12)	1,528 (4)	O(11) - P(1) - O(13)	111,7 (3)
P(1)-O(13)	1,544 (6)	O(12)-P(1)-O(13)	112,5 (2)
P(2)-O(21)	1,534 (6)	P(1) - P(2) - P(3)	109,9 (1)
P(2) - O(22)	1,527 (6)	P(1) - P(2) - O(21)	107,1 (3)
		P(1) - P(2) - O(22)	109,4 (2)
P(3)-O(31)	1,550 (7)	P(3) - P(2) - O(21)	103,3 (2)
P(3) - O(32)	1,532 (6)	P(3) - P(2) - O(22)	111,1 (3)
P(3)-O(33)	1,529 (4)	O(21)-P(2)-O(22)	115,8 (3)
		P(2)—P(3)–O(31)	105,7 (2)
		P(2) - P(3) - O(32)	105,3 (3)



Fig.2. Zu Fig.1 komplementäre Darstellung der Struktur. Atome mit einem Pluszeichen, z.B. O(33+), sind gegenüber Fig.1 zusätzlich gezeichnet, um einige Koordinationsoktaeder vollständig wiederzugeben.

1,533 Å abweichen. Die Bindungswinkel betragen  $109,9\pm0,2^{\circ}$  für P-P-P, 103,3 bis 111,1° für P-P-O und 110,8 bis 115,8° für O-P-O.

Die drei Phosphoratome vollführen von allen Atomen der Struktur (Tabelle 2 und Fig. 3) die geringsten thermischen Bewegungen. Das ist in Anbetracht ihrer Lagen im Zentrum des durch kovalente Bindungen zusammengehaltenen Anions auch zu erwarten. Die kürzesten Hauptachsen der thermischen Schwingungsellipsoide der Anionsauerstoffe liegen alle mehr oder weniger in Richtung der entsprechenden P–O-Bindungen. Das weist darauf hin, dass sich die PO<sub>2</sub>und die beiden PO<sub>3</sub>-Gruppen einzeln ähnlich wie starre Körper verhalten mit voneinander weitgehend unabhängigen Bewegungen um die jeweiligen Phosphoratome als Schwerpunkte.

Tabelle 6 enthält die Bindungslängen O-H und Bindungswinkel H-O-H in den vierzehn unabhängigen Wassermolekülen. Die entsprechenden Mittelwerte liegen bei 1,05 Å und 102°. In Anbetracht der Unsicherheit der Wasserstofflagen erübrigt sich hier eine weitere Diskussion.

#### Die NaO<sub>6</sub>-Koordinationsoktaeder und ihre Verknüpfung

Die Beschreibung der restlichen Struktur folgt am besten dem Konzept der Kation-Koordinationspolyeder und ihrer Verknüpfung. Alle fünf unabhängigen

Tabelle 6. Bindungslängen und Bindungwinkel in den Wassermolekülen

H-O(w) O(w)-H H-O(w)-H $H(11)-O(w1)-H(12) 0.95 Å 1.08 Å 110°$ $H(21)-O(w2)-H(22) 1.07 1.05 105$ $H(31)-O(w3)-H(32) 1.05 1.16 109$ $H(41)-O(w4)-H(42) 0.92 0.96 122$ $H(51)-O(w5)-H(52) 1.01 0.95 109$ $H(61)-O(w6)-H(62) 0.92 1.01 922$ $H(71)-O(w7)-H(72) 1.08 1.06 123$ $H(81)-O(w8)-H(82) 0.89 1.03 100$ $H(91)-O(w9)-H(92) 1.15 1.13 87$ $H(111)-O(w10)-H(102) 1.15 1.03 104$ $H(121)-O(w12)-H(122) 1.07 1.08 78$ $H(131)-O(w13)-H(122) 1.08 1.14 100$ $H(141)-O(w14)-H(142) 1.14 1.04 86$ $O(13)$ $P(3)$ $P(3)$ $P(1)$ $P(1)$ $P(1)$ $P(2)$ $P(1)$ $P(2)$ $P(2)$ $P(1)$ $P(2)$ $P(2)$ $P(2)$ $P(3)$ $P(3)$	
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	
H(1)-O(w) - H(2) = 1,08 = 1,06 = 123 $H(81)-O(w) - H(82) = 0,89 = 1,03 = 100$ $H(91)-O(w) - H(102) = 1,15 = 1,13 = 87$ $H(111)-O(w10)-H(102) = 1,15 = 1,03 = 104$ $H(121)-O(w12)-H(122) = 1,07 = 1,08 = 78$ $H(131)-O(w13)-H(132) = 1,08 = 1,14 = 100$ $H(141)-O(w14)-H(142) = 1,14 = 1,04 = 86$ $O(33) = 0$ $P(3) = 0$ $P(3$	
P(1) = O(w3) = H(22) = 0.89 = 1.03 = 1.00	
$\begin{array}{c} 11(31)-0(w10)-H(102) \\ H(101)-0(w10)-H(102) \\ H(111)-0(w11)-H(112) \\ H(121)-0(w12)-H(122) \\ H(131)-0(w13)-H(132) \\ H(141)-0(w14)-H(142) \\ H(141)-0(w14)-H$	,
$\begin{array}{c} H(111) - O(w11) - H(112) \\ H(121) - O(w12) - H(122) \\ H(121) - O(w12) - H(122) \\ H(131) - O(w13) - H(132) \\ H(141) - O(w14) - H(142) \\ H(141) - O(w14$	
$H(121) - O(w12) - H(122) = 1,07 = 1,08 = 778 \\ H(131) - O(w13) - H(132) = 1,08 = 1,14 = 100 \\ H(141) - O(w14) - H(142) = 1,14 = 1,04 = 86 \\ O(33) = 1,50 = 0,000 \\ P(3) = 1,50 \\ P(3) = 1,50 = 0,000$	
$\begin{array}{c} H(131)-O(w13)-H(132) \\ H(141)-O(w14)-H(142) \\ (33) $	
H(141)-O(w14)-H(142) 1,14 1,04 86 O(33) $P(3)$	
O(13) O(13) P(3) P(3) O(32) P(2) P(1) 2325 P(2) O(32) O(32)	
O(13) = P(1) = 2225 = P(2) = P(2) = 0	
2223 (6) 0(22) (5) <sup>8</sup> (7) (7) (7) (7) (7) (7) (7) (7)	(31)

Fig. 3. Das Anion mit Bindungslängen und atomaren thermischen Schwingungsellipsoiden. Die Figur wurde mit dem Programm ORTEP (Johnson, 1965) erzeugt.

Natriumionen sind mehr oder weniger verzerrt oktaedrisch von Sauerstoffatomen des Anions und der Wassermolekeln umgeben (Fig.2). Abstände Na-O und Winkel O-Na-O in diesen NaO<sub>6</sub>-Oktaedern sind in Tabelle 7 zusammengestellt. Die 30 Abstände liegen zwischen 2,331 und 2.737 Å mit einem Mittelwert von

# Tabelle 7. Abstände und Winkel in den fünf NaO6-Koordinationsoktaedern

Die Standardabweichungen für die Abstände liegen zwischen 0,005 Å und 0,009 Å und für die Winkel zwischen 0,2° und 0,4°.

2,363 Å 2,399 2,388	Na(1)-O(w3) Na(1)-O(w4) Na(1)-O(w4')	2,493 Å 2,398 2,446
95,7° 89,3 91,1 92,8 85,3 93,1 87,7	O(w2)-Na(1)-O(w3) O(w2)-Na(1)-O(w4') O(w4)-Na(1)-O(w3) O(w4)-Na(1)-O(w4') O(w1)-Na(1)-O(22) O(w2)-Na(1)-O(w4)	99,4° 87,0 85,1 88,3 177,3 171,9
84,7	O(w3) - Na(1) - O(w4')	173,1
2,348 Å 2,446 2,342	Na(2)–O(w3) Na(2)–O(w4) Na(2)–O(w5)	2,737 Å 2,696 2,348
100,4° 84,0 84,3 97,7 79,0 91,0 87,4 90,9	$\begin{array}{c} O(w4) - Na(2) - O(32') \\ O(w4) - Na(2) - O(w3) \\ O(w5) - Na(2) - O(32') \\ O(w5) - Na(2) - O(w3) \\ O(22) - Na(2) - O(21') \\ O(32') - Na(2) - O(w3) \\ O(w4) - Na(2) - O(w5) \end{array}$	67,4° 75,0 105,4 112,0 171,2 141,1 172,8
·		
2,354 Å 2,432 2,452	Na(3)–O(w8) Na(3)–O(w9) Na(3)–O(w10)	2,331 Å 2,354 2,726
88,3° 91,6 98,1 100,8 78,4 75,4 94,2 90,3	O(w6)-Na(3)-O(w7) O(w6)-Na(3)-O(w8) O(w9)-Na(3)-O(w7) O(w9)-Na(3)-O(w8) O(w5)-Na(3)-O(w10) O(w6)-Na(3)-O(w9) O(w7)-Na(3)-O(w8)	87,1° 88,6 82,2 100,4 161,6 166,1 169,3
2,381 Å 2,400 2,570	Na(4)–O(w11) Na(4)–O(w12) Na(4)–O(w13)	2,426 Å 2,363 2,413
79,0° 88,1 98,3 94,5 96,6 92,6 85,9	O(w10)-Na(4)-O(w11)  O(w10)-Na(4)-O(w13)  O(w12)-Na(4)-O(w11)  O(w12)-Na(4)-O(w13)  O(w11)-Na(4)-O(w8)  O(w10)-Na(4)-O(w12)  O(w11) Na(4)-O(w12)  O(w12) O(w12) O(w12) O(w12)  O(w12) O(w1	89,3° 83,3 95,2 92,4 175,6 174,8
	2,363 Å 2,399 2,388 95,7° 89,3 91,1 92,8 85,3 93,1 87,7 84,7 2,348 Å 2,446 2,342 100,4° 84,0 84,3 97,7 79,0 91,0 87,4 90,9 2,354 Å 2,432 2,452 88,3° 91,6 98,1 100,8 78,4 75,4 94,2 90,3 2,381 Å 2,400 2,570 79,0° 88,1 94,5 96,6 92,6 85,9 84 3	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Tabelle 7 (Fort)

5. Oktaeder um Na(5)			
(a) Abstände	•		
Na(5) - O(12')	2,412 A	Na(5) - O(w13)	2,398 A
Na(5)–O(33')	2,400	Na(5) - O(w14)	2,453
Na(5) - O(w12)	2,491	Na(5)–O(w14')	2,454
(b) Winkel			
O(12')Na(5)-O(33')	91,9°	O(w13)-Na(5)-O(33')	104,7°
O(12') - Na(5) - O(w12)	94,9	O(w13) - Na(5) - O(w12)	89.7
O(12') - Na(5) - O(w13)	81,6	O(w14) - Na(5) - O(33')	84,1
O(12') - Na(5) - O(w14)	98,3	O(w14) - Na(5) - O(w12)	81.7
O(w14') - Na(5) - O(33')	93.5		,.
O(w14') - Na(5) - O(w12)	82,6	O(12') - Na(5) - O(w14')	169.0
O(w14') - Na(5) - O(w13)	87.6	O(33') - Na(5) - O(w12)	164.9
O(w14')-Na(5)-O(w14)	92,0	O(w13)–Na(5)–O(w14)	171,2

2,440 Å. Als Vergleich hierzu mögen die Na–O-Abstände in den NaO<sub>6</sub>-Oktaedern von Na<sub>4</sub>P<sub>2</sub>O<sub>7</sub>. 10H<sub>2</sub>O dienen, die von 2,292 bis 2,772 Å mit 2,465 Å als Mittelwert streuen (McDonald & Cruickshank, 1967).

Die stärksten Verzerrungen bestehen im Na(2)-Oktaeder, wo die Winkel um den Idealwert 90° von 67,4 bis 112,0° streuen und als grösste Abweichung vom Idealwert 180° der Winkel 141,1° auftritt. Trotzdem wird auch hier die Koordination am besten durch ein Oktaeder beschrieben, wie eine Betrachtung der Na-O-Abstände zeigt; denn das zu Na(2) siebtnächste Sauerstoffatom, ein O(w6), ist mit 3,175 Å gleich sehr viel weiter entfernt als die sechs nächsten unter 2(a) in Tabelle 7.

Während die Sauerstoffatome aller Wassermoleküle, O(w1) bis O(w14), an der Koordination der Natriumionen teilnehmen, sind hieran von den Sauerstoffatomen des Anions O(11), O(13) und O(31) nicht beteiligt. Im einzelnen gehören O(w2), O(w6), O(w7), O(w9), O(w11), O(12), O(21), O(32) und O(33) zu je einem Oktaeder, O(w1), O(w3), O(w5), O(w8), O(w10), O(w12), O(w13), O(w14) und O(22) zu je zwei Oktaedern und O(w4) zu drei Oktaedern.

Diese unterschiedlich starke Beteiligung der Sauerstoffatome an der Koordination von Natriumionen resultiert aus der besonderen Art der vorliegenden Oktaederverknüpfung, die aus Fig.2 und 4 deutlich wird. Fig. 2 zeigt als willkürlich herausgegriffenes Bauelement eine Kette von zehn Oktaedern von Na(5) über Na(4), Na(3) usw. und über das Symmetriezentrum in  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ zwischen Na(1) und Na(1') hinweg bis Na(5'). Innerhalb dieser Kette haben Na(5) und Na(4) eine gemeinsame Kante, ebenso Na(4) und Na(3), während Na(3) und Na(2) nur ecken- und Na(2) und Na(1) sogar flächenverknüpft sind. Diese einzige Flächenverknüpfung führt naturgemäss zu dem kleinsten Na-Na-Abstand benachbarter Oktaeder (Tabelle 11) und ist damit die Ursache für die beschriebene starke Verzerrung des Oktaeders Na(2). Na(1) und Na(1') besitzen wieder eine gemeinsame Kante mit dem erwähnten Symmetriezentrum in der Mitte, so dass sich von hier ab die beschriebene Verknüpfung in umgekehrter Reihenfolge wiederholt. An Na(5') schliesst sich, ebenfalls mit Kantenverknüpfung über ein Symmetrizentrum, wieder ein translationsäquivalentes Na(5) an.

Unbegrenzte Oktaederketten der beschriebenen Art sind durch gemeinsame Ecken (nur O(w1)-Atome, Fig. 4) seitlich miteinander zu gewellten Oktaederschichten verknüpft, die sich parallel zu (I11) erstrecken. Übereinanderliegende Schichten dieser Art werden nur durch Wasserstoff brücken und die zwischen den Schichten liegenden Anionen miteinander verbunden. Jedes Anion liefert nämlich vier Sauerstoffatome, O(12), O(21), O(32) und O(33), als Oktaederecken für die Schicht auf seiner einen Seite und ein Atom, O(22), für die Schicht auf seiner anderen Seite.

#### Wasserstoffbrücken

Die Identifizierung kurzer O···O-Abstände als Wasserstoffbrücken erfolgte in Zusammenhang mit der Lokalisierung der Wasserstoffatome. Die so zugeordneten 28 Wasserstoffbrücken sind bis auf eine Ausnahme die kürzesten intermolekularen O···O-Abstände in der Struktur (Ausnahme: Wasserstoffbrücke Nr. 20 als längste der Tabelle 8 ist mit 3,154 Å etwas länger als der nicht als Wasserstoffbrücke interpretierte Abstand  $O(w13) \cdots O(w12)$  der Tabelle 11 von 3,143 Å). Tabelle 8 enthält die wesentlichen Daten zur Geometrie der Wasserstoffbrücken. Der kleinste O···O-Abstand liegt mit 2,675 Å in der Wasserstoffbrücke Nr. 13 vor; der Mittelwert aller 28 O····O-Abstände beträgt 2,825 Å. Im Na<sub>4</sub>P<sub>2</sub>O<sub>7</sub>.10H<sub>2</sub>O betragen die kürzesten, durchschnittlichen und längsten O···O-Abstände in Wasserstoffbrücken vergleichsweise 2,708, 2,830 und 3,059 Å (McDonald & Cruickshank, 1967). Die Abweichungen von der Linearität der Gruppierungen O-H···O zeigen sich in den angegebenen Knickwinkeln am Wasserstoffatom, die Werte herunter bis zu 128° annehmen.

Tabelle 9 enthält Winkel  $O \cdots O(w) \cdots O$  zwischen Wasserstoffbrücken an Wassermolekülen, Tabelle 10 und Fig. 5 für alle Sauerstoffatome eine Bilanz über die Häufigkeit der Beteiligung an Wasserstoffbrücken und Tabelle 11 kurze intermolekulare  $O \cdots O$ -Abstände, die nicht als Wasserstoffbrücken interpretiert wurden,





# Tabelle 8 Geometrie der Wasserstoffbrücken

D = Sauerstoff als Donator in der Lage x, y, z. A = Sauerstoff als Akzeptor. P = Phosphor.

					Abstä	nde	W	inkel
Nr.	$D-\mathrm{H}\cdots A$	A	in Lage		$D \cdots A$	$H \cdots A$	$D-H\cdots A$	$D \cdots A - P$
(1) (2)	O(w1)— $H(11)$ ····O(31) O(w1)— $H(12)$ ····O(32)	1 - x, 1 - x, 1 - x,	$\begin{array}{l}1-y,\\1-y,\end{array}$	1-z -z	2,874 Å 2,757	1,99 Å 1,69	155° 174	115,8° 133,9
(3) (4)	O(w2)H(21)····O(31) O(w2)H(22)····O(21)	1-x,	$1-y, \\ y, \\ y,$	$-\frac{z}{z}$	2,823 2,731	1,75 1,70	179 164	118,0 112,5
(5) (6)	O(w3)— $H(31)$ ····O(w6) O(w3)— $H(32)$ ····O(w10)	x, 2-x,	y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-	$2-\frac{z}{z}$	2,744 3,056	1,75 2,00	156 148	
(7) (8)	O(w4)—H(41)····O(31) O(w4)—H(42)····O(32)	1-x,	$1-y, \\ y, $	$\frac{1-z}{1+z}$	2,734 2,811	1,88 2,13	152 128	130,4 117,3
(9) (10)	O(w5)— $H(51)$ ····O(13) O(w5)— $H(52)$ ····O(12)	x, x,	у, У,	z 1 + z	2,783 2,733	1,93 1,92	142 143	107,4 115,2
(11) (12)	O(w6)H(61)····O(21) O(w6)H(62)····O(w11)	x, x,	У, У,	1+z	2,681 2,807	1,87 1,81	145 168	143,5
(13) (14)	O(w7)— $H(71)$ ···· $O(11)O(w7)$ — $H(72)$ ···· $O(w3)$	x, x,	У, У,	z z	2,675 2,961	1,67 1,92	153 167	127,2
(15) (16)	O(w8)—H(81)····O(11) O(w8)—H(82)····O(12)	x, 1-x,	у, — у,	$\frac{1+z}{1-z}$	2,779 2,827	1,90 1,87	170 153	126,1 111,0
(17) (18)	O(w9)— $H(91)$ ····O(13) O(w9)— $H(92)$ ····O(11)	1-x,	-y, y,	1-z	2,787 2,822	1,77 1,93	168 128	119,9 138,8
(19) (20)	$O(w10)-H(101)\cdots O(31)$ $O(w10)-H(102)\cdots O(w1)$	1+x, 2-x,	y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-y, 1-	$\frac{1+z}{2-z}$	2,889 3,154	1,96 2,07	134 159	125,2
(21) (22)	$O(w11)-H(111)\cdots O(w2)$ $O(w11)-H(112)\cdots O(w7)$	2-x, x, x	1-y,	$\frac{2-z}{1+z}$	2,767 2,789	1,62 1,83	170 152	_
(23) (24)	$O(w12)-H(121)\cdots O(33)$ $O(w12)-H(122)\cdots O(w9)$	1+x, x,	У, У,	$\frac{2+z}{1+z}$	2,846 2,871	1,87 1,86	151 154	105,2
(25) (26)	$O(w13)-H(131)\cdots O(13)$ $O(w13)-H(132)\cdots O(33)$	1 - x, 1 + x,	-y, y,	$\frac{1-z}{1+z}$	2,879 2,748	1,82 1,63	166 164	103,9 127,5
(27) (28)	$O(w14)-H(141)\cdots O(13)$ $O(w14)-H(142)\cdots O(32)$	1-x, 1-x, 1-x,	-y, -y, -y,	$\begin{array}{c}2-z\\1-z\end{array}$	2,879 2,896	1,85 1,92	147 155	141,2 105,9

# Tabelle 9. Winkel $O \cdots O(w) \cdots O$ zwischen Wasserstoffbrücken an Wassermolekülen O(w)Die Zahlen unter *i* und *j* sind die Nummern der Wasserstoffbrücken aus Tabelle

			1 ]				i j
1	Ĵ	O(w)	$O \cdots O(w) \cdots O$	i	j	O(w)	$0 \cdots O(w) \cdots O$
1	2	1	133,6°	13	14	7	128.9°
1	20	1	57,1	13	21	7	97.2
2	20	1	160,6	14	21	7	119,4
3	4	2	114,6	15	16	8	113.0
3	21	2	110,9				
4	21	2	127,8	17	18	9	143.9
				17	24	9	88.1
5	6	3	104,7	18	24	9	106.8
5	14	3	72,2				,
6	14	3	145,0	19	20	10	56,6
				19	6	10	85.3
7	8	4	141,1	20	6	10	69,8
9	10	5	111,0	21	22	11	109.3
				21	12	11	150.5
11	12	6	114,3	22	12	11	85.7
11	5	6	86,1				,-
12	5	6	139,2	23	24	12	109,6
				25	26	13	106,8
				27	28	14	109,1

## Tabelle 10. Anzahl der Wasserstoffbrücken an den einzelnen O-Atomen

Aufgeführt unter: D = Donator bzw. A = Akzeptor, entsprechend der Funktion der Sauerstoffe. G = Gesamtanzahlder H-Brücken.

	Anzahl	Anzahl
	DAG	DAG
O(w1)	2 1 3	O(11) – 3 3
O(w2)	2 1 3	O(12) - 2 2
O(w3)	2 1 3	O(13) - 4 4
O(w4)	2 – 2	O(21) - 2 2
O(w5)	2 – 2	O(22)
O(w6)	2 1 3	O(31) - 4 4
O(w7)	2 1 3	O(32) - 3 3
O(w8)	2 - 2	O(33) – 2 2
O(w9)	2 1 3	- 20 20
O(w10)	2 1 3	Übertrag: 28 8 36
O(w11)	2 1 3	Summe: 28 28 56
O(w12)	2 – 2	Summe: 20 20 50
O(w13)	2 – 2	
O(w14)	2 – 2	
	28 8 36	

sowie Na···Na-Abstände einander berührender Oktaeder.

Die Autoren danken Herrn Dr. H. Falius, Braunschweig, für die Darstellung und Überlassung einer Probe der Substanz, Herrn Dr R. D. Rosenstein, Pitts-



Fig. 5. Schematische Darstellung der Wasserstoffbrücken. Die Pfeile geben die zugeordneten Wasserstoffbrücken in Richtung vom Donator- zum Akzeptoratom an. Jedes an Wasserstoffbrücken beteiligte Sauerstoffatom ist nur einmal gezeigt. Dadurch sind die Angaben nur im Nahbereich jedes einzelnen Atoms gültig und nicht als Beschreibung weiterreichender Verknüpfungen gedacht. Z.B. ist das Viereck O(w4), O(32), O(w1), O(31) im unteren Teil der Figur in Wirklichkeit nicht geschlossen.

Tabelle 11. Kurze O–O Abstände, die weder als Wasserstoffbrücken geführt werden noch zum Anion gehören und Na-Na Abstände einander berührender Oktaeder

Atome (1 und 2) in Lage x, y, z, soweit für Atom (2) keine spezielle Angabe erfolgt.

Atome (1,2)	Atom (2) in Lage:	
O(w1)-O(w2) O(w1)-O(w4)	1-x, 1-y, 1-z	3,246 Å 3,261
O(w3)-O(w4) O(w3)-O(w14)	2-x, 1-y, 2-z	3,307 3,302
O(w6)-O(w10) O(w7)-O(w9) O(w7)-O(w10)		3,268 3,158 3,173
O(w8)-O(w12) O(w8)-O(w13)		3,247 3,230
O(w10)–O(w13)		3,314
O(w12)–O(w14) O(w12)–O(w14)	2-x, -y, 2-z	3,229 3,263
O(w13)–O(12)	1-x, -y, 1-z	3,143
O(w14)-O(33)	1-x, -y, 1-z	3,252
Na(1)-Na(1') Na(1)-Na(2) Na(2)-Na(3) Na(3)-Na(4) Na(4)-Na(5) Na(5)-Na(5')	1-x, 1-y, 1-z	3,481 3,125 3,720 3,356 3,384 3,408
Na(1) - Na(4')	$\frac{1}{2-x}, 1-y, 2-z$	4,207

burgh, für die Berechnung zur Fig. 3, Frau I.S. Brand, Braunschweig für Mitarbeit bei den Abbildungen und Herrn E. Riedel, Darmstadt, für Hilfe bei den Berechnungen. Das Rechenzentrum der Technischen Universität Braunschweig, das Deutsche Rechenzentrum in Darmstadt, der Fonds der Chemischen Industrie und die Deutsche Forschungsgemeinschaft haben diese Arbeit durch Gewährung von Rechenzeit, Sachbeihilfen und Leihgaben in dankenswerter Weise gefördert.

#### Literatur

- BLASER, B. & WORMS, K.-H. (1959). Z. anorg. allg. Chem. 300, 250.
- FALIUS, H. (1963). Z. anorg. allg. Chem. 326, 79.
- Hanson, H. P., HERMAN, F., LEA, J. D. & SKILLMAN, S. (1964). Acta Cryst. 17, 1040.
- HUGHES, E. W. (1941). J. Amer. Chem. Soc. 63, 1737.
- JOHNSON, C. K. (1965). ORTEP, A Fortran Thermal-Ellipsoid Plot Program for Crystal Structure Illustrations. ORNL-3794, Oak Ridge National Laboratory, Tennessee.
- McDonald, W. S. & CRUICKSHANK, D. W. J. (1967). Acta Cryst. 22, 43.
- STEWART, J. M. & HIGH, D. (1965). X-ray-63: Program System for X-ray Crystallography. The Departments of Chemistry at the Univ. of Washington, Seattle, and the Univ. of Maryland, College Park.
- WEISS, J. (1960). Z. anorg. allg. Chem. 306, 30.
- WILSON, A. & MCGEACHIN, H. MCD. (1964). Acta Cryst. 17, 1352.